

Epreuve sur dossier du CAPES 3e concours de mathématiques, session 2012

(ORAL 2)

Ce document contient la liste des dossiers proposés aux candidats passant le second oral du CAPES 2012/troisième concours, telle qu'elle a été publiée sur le site officiel du Jury de l'époque. L'épreuve est formée de deux parties : la première comporte un exercice et des questions (partie *Mathématiques*), et la seconde un cas pratique qu'il convient d'analyser (partie *Agir en fonctionnaire de l'Etat*).

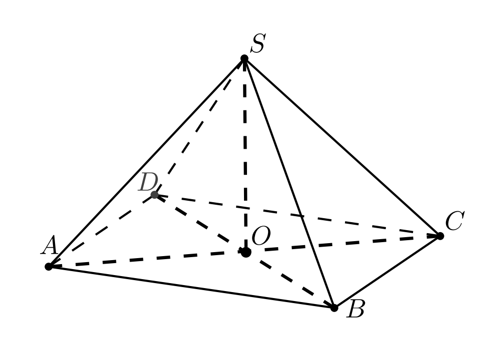
Pour me contacter : dany-jack.mercier@hotmail.fr.
Ces documents sont sur le site MégaMaths.

[0] [epreuvesurdossier2012conc3]

Thème : Grandeurs et mesures

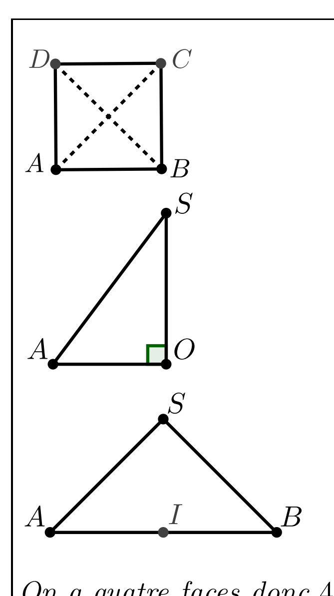
L'exercice

La pyramide du Louvre schématisée ci-contre est une pyramide régulière de 21 mètres de hauteur et de base carrée de 35 mètres de côté.



1) Calculer le volume de cette pyramide.
2) Calculer la superficie de verre nécessaire pour construire les faces latérales de cette pyramide (on convient que les faces sont totalement recouvertes de verre).

La réponse d'un élève à la question 2) :



On utilise Pythagore : $OA = \sqrt{17,5^2 + 17,5^2} = \sqrt{612,5}$

On utilise à nouveau Pythagore : $AS = \sqrt{612,5 + 21^2} = \sqrt{1053,5}$

On appelle I *le milieu de* $[AB]$ *:* $IS^2 = AS^2 - AI^2$
donc $IS \approx 27,33$

On a quatre faces donc $4 \times \dfrac{35 \times 27,33}{2} \approx 1913,1\ m^2$

Le travail à exposer devant le jury

1- Analyser la production de l'élève, en particulier la prise d'initiative, la capacité à s'engager dans une démarche, à exposer un raisonnement et à mener les calculs.

2- Proposer une démonstration aboutie en complétant ou en modifiant la démarche de l'élève telle que vous la présenteriez devant une classe.

3- Proposer plusieurs exercices à différents niveaux (collège et lycée) sur le thème grandeurs et mesures.

Thème : arithmétique

L'exercice

Pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 5, on considère les entiers suivants :
$a = n^3 - n^2 - 12n$ et $b = 2n^2 - 7n - 4$

1. Factoriser a et b.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n, les entiers $2n + 1$ et n sont premiers entre eux.
3. Déterminer le $PGCD$ des entiers a et b selon les valeurs de n.

La solution proposée par trois élèves à la question 3.

Élève 1

$PGCD(a, b) = n - 4$ *car* $n - 4$ *est le seul facteur commun de leur décomposition.*

Élève 2

$PGCD(a, b) = n - 4$ *car* $PGCD(2n + 1, n) = 1$

Élève 3

$PGCD(a, b) = 5(n-4)$ *car* $PGCD(2n+1, n+3) = 5$ *en effet pour tout entier naturel* n, $2(n+3)-(2n+1) = 5$

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence les compétences acquises et l'origine de ses éventuelles erreurs.

2- Proposez une correction de la question 3 telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale.

3- Présentez deux ou trois exercices d'arithmétique, dont l'un conduit à la mise en œuvre d'un algorithme.

Thème : suites

L'exercice

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \ln x + x$$

1. Soit n un nombre entier naturel non nul. On s'intéresse à l'équation :

$$(E_n) : \ln x + x = \frac{1}{n}$$

Justifier que (E_n) admet une unique solution dans l'intervalle $]0; +\infty[$.
On note α_n cette solution.

2. On s'intéresse à la suite (α_n) des valeurs de α_n lorsque n décrit l'ensemble $\mathbb{N}$ des nombres entiers naturels non nuls.
   a) Montrer que la suite (α_n) est strictement décroissante.
   b) Justifier que la suite (α_n) converge et déterminer sa limite.

La solution proposée par un élève à la question 1.

> $f'(x) = \dfrac{1}{x} + 1 > 0$ *donc* f *est strictement croissante, donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires l'équation* (E) *admet une unique solution.*

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la réponse de l'élève : de quelles connaissances et compétences en lien avec le thème de l'exercice témoigne-t-elle ? Comment pourrait-on l'amener à améliorer sa réponse ?

2- Proposez une correction de la question 2) telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *suites*.

Thème : Problèmes conduisant à une résolution d'équation

L'exercice

Un repère étant donné, on cherche à déterminer le nombre de points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction exponentielle et une droite d'équation $y = kx$, où k est un nombre réel. Après avoir émis une conjecture, proposer une démonstration dans les cas suivants :

a) $k = 1$;

b) $k = -1$;

c) $k = e$;

d) $k > e$.

On pourra utiliser la fonction h définie par $h(x) = \exp(x) - kx$.

Le compte-rendu de recherche rédigé par un élève

Grâce à un logiciel de géométrie, je conjecture que le nombre de solutions de l'équation est : 1 solution pour k négatif, 0 solution pour k inférieur à 2,71 et 2 solutions pour k supérieur à 2,72. J'ai zoommé pour le voir. Pour k très grand, il n'y a plus qu'une seule solution mais je n'arrive pas à déterminer la valeur.

a) Pour $k = 1$, il n'y a pas de solution car on sait que la fonction exponentielle est au-dessus de sa tangente au point d'abscisse 0.
b) $exp(x) = -x$ n'a pas de solution car on sait que $exp(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$.
c) Pour $k = e$, l'égalité est toujours vraie. La conjecture manquait de précision.
d) $h(\ln k) = k(1 - \ln k) < 0$ car $\ln k > \ln e = 1$.
Or les limites de h étant égales à $+\infty$ en $-$ et $+\infty$, l'équation admet donc deux solutions dans ce cas.
De plus, j'ai vérifié en zoomant, la fonction h admet bien deux solutions pour k supérieur à environ 2,72. Pour k très grand, pas de vérification possible de la conjecture (limite atteinte de l'ordinateur).

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de l'élève en mettant en évidence les compétences dont il fait preuve et en interprétant l'origine de ses éventuelles erreurs.

2- Proposez une correction du cas d) telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.

3- Présentez trois exercices menant à la résolution d'une équation, dont l'un au moins fait appel à l'utilisation d'un logiciel.

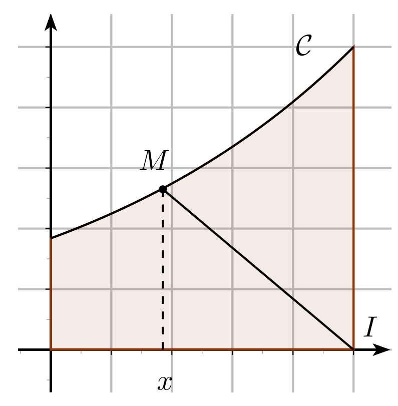
Thème : calcul intégral

L'exercice

Le plan est rapporté à un repère orthonormal. On note I le point de coordonnées $(1, 0)$. On considère une fonction f positive, strictement croissante et dérivable sur l'intervalle $[0, 1]$

On a représenté ci-contre sa courbe représentative $\mathcal{C}$ sur l'intervalle $[0, 1]$ et on a mis en évidence le domaine Δ délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

Le but du problème est de prouver l'existence d'un unique point A appartenant à $\mathcal{C}$ tel que le segment [IA] partage Δ en deux régions de même aire.



Pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0, 1]$, on note $M(x, f(x))$ et (T_x) le domaine délimité par la droite (IM), l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la courbe $\mathcal{C}$.

On désigne par F la fonction définie sur l'intervalle par $[0, 1]$ par $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$ et par $g(x)$ l'aire du domaine T_x.

1. *Restitution organisée de connaissance.*
   Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
2. a. Étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $[0, 1]$.

   b. Par des considérations d'aires, montrer que $g(0) \leqslant \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t$.

   c. Répondre au problème posé.

La réponse d'un élève

On considère que la fonction f est définie par $f(x) = \mathrm{e}^{x-1}$, ce qui correspond à la figure fournie. Alors l'aire de la portion de plan Δ vaut $\displaystyle\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t = \int_0^1 \mathrm{e}^{t-1}\mathrm{d}t = [\mathrm{e}^{t-1}]_0^1 = 1 - \frac{1}{\mathrm{e}}$ et l'aire du domaine T_x vaut $\displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{t-1}\mathrm{d}t$ plus l'aire d'un triangle. On obtient $\mathrm{e}^{x-1} - \mathrm{e}^{-1} + \frac{1}{2} \times (1-x) \times \mathrm{e}^{x-1}$. Il faut donc résoudre : $\mathrm{e}^{x-1} - \mathrm{e}^{-1} + \frac{1}{2} \times (1-x) \times \mathrm{e}^{x-1} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, équation que je ne parviens pas à résoudre.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de l'élève en mettant en évidence sa démarche et les compétences acquises.

2- Proposez une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *calcul intégral.*

Thème : évaluation et conseil pédagogique

Exposé du cas

Vous êtes membre du conseil pédagogique du lycée dans lequel vous avez été nommé. Lors d'une réunion de ce conseil pédagogique est évoquée l'évaluation des élèves dans le cadre des enseignements d'exploration. Le proviseur souhaite que l'évaluation de ces enseignements d'exploration ne donne pas lieu à des notes et se traduise plutôt par un commentaire sur les compétences développées dans le cadre de ces enseignements. Un professeur refuse catégoriquement d'aller dans ce sens, arguant d'une part de sa liberté pédagogique et d'autre part de l'attente exprimée par les parents d'une note trimestrielle.

Question

Quelle analyse faites-vous de cette situation et quels éléments pouvez-vous apporter au sein du conseil pédagogique ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : Eduscol, fonctionnement des collèges et des lycées

Dans chaque collège et chaque lycée, le conseil pédagogique favorise la concertation entre les professeurs. Il participe à l'autonomie pédagogique des établissements publics locaux d'enseignement (EPLE). Le conseil pédagogique est une instance de consultation des enseignants sur la politique éducative de l'établissement. Il prépare la partie pédagogique du projet d'établissement, qui inclut les propositions d'expérimentations pédagogiques.

Document 2 : bulletin officiel spécial n°1 du 4 février 2010 : organisation et fonctionnement des établissements publics locaux d'enseignement

Art. R. 421-41-3. - Pour l'exercice des compétences définies à l'article L. 421-5, le conseil pédagogique :

1° Est consulté sur :

- la coordination des enseignements ;
- l'organisation des enseignements en groupes de compétences ;
- les dispositifs d'aide et de soutien aux élèves ;
- la coordination relative à la notation et à l'évaluation des activités scolaires ;
- les modalités générales d'accompagnement des changements d'orientation ;
- les modalités des échanges linguistiques et culturels en partenariat avec les établissements d'enseignement européens et étrangers.

[...]

3° Prépare en liaison avec les équipes pédagogiques :

- la partie pédagogique du projet d'établissement, en vue de son adoption par le conseil d'administration ;
- les propositions d'expérimentation pédagogique, dans les domaines définis par l'article L. 401-1 du code de l'Éducation.

Document 3 : loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école n° 2005-380 du 23-4-2005. JO du 24-4-2005

Art. L. 912-1-1 - La liberté pédagogique de l'enseignant s'exerce dans le respect des programmes et des instructions du ministre chargé de l'éducation nationale et dans le cadre du projet d'école ou d'établissement avec le conseil et sous le contrôle des membres des corps d'inspection. Le conseil pédagogique prévu à l'article L. 421-5 ne peut porter atteinte à cette liberté.

Thème : accompagnement personnalisé

Exposé du cas

Vous êtes professeur principal d'une classe de seconde générale et technologique. Un élève de cette classe accompagné de ses parents vous demande de le dispenser des heures d'accompagnement personnalisé sous prétexte qu'il bénéficie de l'aide d'un professeur particulier.

Question

Que pouvez-vous répondre à cet élève et à ses parents ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la circulaire n° 2010-013 du 29-1-2010

L'accompagnement personnalisé est un temps d'enseignement intégré à l'horaire de l'élève qui s'organise autour de trois activités principales : le soutien, l'approfondissement et l'aide à l'orientation. Distinct du face-à-face disciplinaire, il s'adresse à tous les élèves tout au long de leur scolarité au lycée.

Contenus
L'accompagnement personnalisé comprend des activités coordonnées de soutien, d'approfondissement, d'aide méthodologique et d'aide à l'orientation, pour favoriser la maîtrise par l'élève de son parcours de formation et d'orientation. Il s'appuie sur les technologies de l'information et de la communication pour l'éducation (TICE). Il prend notamment la forme de travaux interdisciplinaires.

L'accompagnement personnalisé :
- en classe de seconde, permet avant tout à l'élève de se doter de méthodes pour tirer profit de ses études et construire un projet personnel...

Mise en œuvre
L'équipe pédagogique élabore le projet d'accompagnement personnalisé. Ce projet est examiné par le conseil pédagogique, qui en débat, et formalise la proposition. Le conseil des délégués pour la vie lycéenne est consulté sur ce projet. La proposition est présentée par le proviseur à l'approbation du conseil d'administration.
Sous l'autorité du chef d'établissement, l'équipe pédagogique met en œuvre les choix retenus par le conseil d'administration, et le professeur principal en assure la coordination. Tous les professeurs, quelle que soit leur discipline, peuvent participer à l'accompagnement personnalisé dans le cadre de leur service ou en heures supplémentaires. Les professeurs en charge de l'accompagnement personnalisé peuvent s'appuyer sur l'aide du conseiller principal d'éducation ainsi que celle des conseillers d'orientation-psychologues.
L'ensemble des ressources de l'établissement, en particulier le centre de documentation et d'information, ainsi que les partenariats que le lycée a constitués, sont mobilisés. L'accompagnement personnalisé fait l'objet d'une évaluation en fin d'année à laquelle participe le conseil pédagogique.

Thème : absentéisme et échec scolaire

Exposé du cas

Professeur principal d'une classe de seconde d'un lycée général et technologique, vous êtes alerté par le nombre anormalement élevé des absences et retards de l'un de vos élèves. Au-delà de résultats scolaires régulièrement en baisse, de multiples signes comportementaux semblent témoigner de son décrochage scolaire progressif.

Question

Pourquoi devez-vous aider cet élève et comment proposez-vous de le faire ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la circulaire n° 2011-0018 du 31-1-2011 parue au bulletin officiel n°5 du 3 février 2011

La lutte contre l'absentéisme scolaire est une priorité absolue qui doit mobiliser tous les membres de la communauté éducative. Chaque élève a droit à l'éducation, qu'il soit soumis à l'obligation scolaire ou qu'il n'en relève plus. Ce droit à l'éducation a pour corollaire l'obligation d'assiduité qui est la condition première de la réussite et favorise durablement l'égalité des chances. Cette obligation s'impose à tous les élèves.
Il importe d'abord que les familles assument pleinement leur autorité parentale, qui est le premier de leurs devoirs. En mettant en œuvre la loi n° 2010-1127 du 28 septembre 2010 visant à lutter contre l'absentéisme scolaire, dont l'esprit réside dans le dialogue continu, l'École ne laissera plus aucun élève courir le risque de la déscolarisation, prélude à la désocialisation et, parfois même, à la délinquance.
Au sein du nouveau dispositif, la suspension des prestations familiales constitue l'ultime recours, mais son unique objectif est d'impliquer les familles, parfois très éloignées du monde de l'école, dans la scolarité de leur enfant, en améliorant le dialogue entre les parents d'élèves et le reste de la communauté éducative.

Thème : harcèlement

Exposé du cas

Depuis deux semaines, vous constatez qu'un élève de la classe de collège dont vous êtes professeur principal fait preuve d'un certain mal-être qui se caractérise par une absence soudaine de travail, un isolement apparent, une tendance à l'agressivité verbale envers les autres. Lors d'une discussion en aparté, il vous laisse entendre que des propos injurieux sont régulièrement tenus à son encontre sur internet, via des réseaux sociaux, par plusieurs élèves de la classe.

Question

En tant que professeur, de quelle manière et avec qui pouvez-vous intervenir ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : extrait du bulletin officiel n° 29 du 22 juillet 2010

Tout professeur contribue à la formation sociale et civique des élèves. En tant qu'agent public, il fait preuve de conscience professionnelle et suit des principes déontologiques : il respecte et fait respecter la personne de chaque élève [...]
[...]

Le professeur est capable :
[...]
- de repérer les signes traduisant des difficultés spécifiques des élèves dans le domaine de la santé, des comportements à risques, de la grande pauvreté ou de la maltraitance ;
- de contribuer, en coopérant avec des partenaires internes ou externes à l'institution, à la résolution des difficultés spécifiques des élèves [...]

Document 2 : extrait du site education.gouv.fr

Cyber-harcèlement : signature d'une convention avec l'association e-enfance.
Luc Chatel a signé une convention avec l'association e-enfance lundi 6 juin 2011. Cette convention vise à lutter contre le cyber-harcèlement entre élèves mais aussi à l'encontre des équipes éducatives. Elle s'inscrit dans le prolongement des assises nationales contre le harcèlement à l'École.
Le ministre de l'éducation, de la jeunesse et de la vie associative et la directrice de l'association e-enfance, Justine Atlan, ont signé une convention cadre en présence d'Anne-Sophie Bordry, directrice des affaires publiques France et Europe du Sud de Facebook, et de Yann Padova, secrétaire général de la commission nationale informatique et liberté (Cnil).
La convention prévoit qu'une procédure contre le cyber-harcèlement puisse être engagée à l'initiative des victimes ou de leurs parents. Elle aboutira à la transmission des cas avérés à l'association e-enfance. Celle-ci a noué des liens avec Facebook dans le cadre du programme "Pour un internet plus sûr" de la commission européenne. Le cyber-harcèlement pourrait aussi conduire à une sanction éducative.

Thème : internet et déontologie

Exposé du cas

Peu de temps après la rentrée 2011, le proviseur d'un établissement scolaire apprend par des parents d'élèves que l'un de ses enseignants a créé un groupe sur un réseau social pour communiquer avec ses élèves et les informer du travail à faire. Amené à s'expliquer, ce professeur explique que cette pratique est provisoire dans l'attente de la mise en place de l'espace numérique de travail et le fonctionnement effectif du cahier de textes numérique dans l'établissement.

Question

Quels sont les éventuels avantages et les risques d'une telle initiative ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : extraits du bulletin officiel n° 29 du 22 juillet 2010

Le professeur est capable de :
- concevoir, préparer et mettre en œuvre des contenus d'enseignement et des situations d'apprentissage s'appuyant sur les outils et ressources numériques ;
- participer à l'éducation aux droits et devoirs liés aux usages des technologies de l'information et de la communication ;
- s'impliquer dans l'éducation à un usage civique, éthique et responsable des réseaux numériques ouverts sur l'internet et à leurs risques et dangers éventuels ;
- utiliser les Tic et les outils de formation ouverte et à distance pour actualiser ses connaissances ;
- travailler en réseau avec les outils du travail collaboratif.

Attitudes
Le professeur observe une attitude :
- critique vis-à-vis de l'information disponible ;
- réfléchie et responsable dans l'utilisation des outils interactifs exigée des élèves.

Document 2 : extrait de la circulaire n° 2010-136 parue au Bulletin officiel n°32 du 9 septembre 2010

La présente circulaire a pour objet de préciser les modalités de mise en œuvre, par l'ensemble des établissements scolaires, du cahier de textes numérique. Il se substitue aux cahiers de textes sous forme papier à compter de la rentrée 2011. Les outils informatiques sont déjà largement utilisés par les professeurs dans leur vie professionnelle. Le cahier de textes numérique s'intègre à cet ensemble dans un souci de cohérence avec les autres applications au service de la pédagogie. L'occasion est ainsi donnée de rappeler aux chefs d'établissement et aux professeurs l'importance qui s'attache au cahier de textes de classe qui, même dématérialisé, constitue un document officiel, à valeur juridique [...] À la fin de chaque année scolaire, ces cahiers seront accessibles pendant une année scolaire entière, dans les conditions des cahiers de textes actifs. Ils pourront être consultés par les enseignants, les conseils d'enseignement, le conseil pédagogique, les conseils de classe et les corps d'inspection. Ils seront ensuite archivés et conservés pendant une durée de cinq ans.
